BAZE DE NUMERAŢIE

Profesor Florea Adrian
Şcoala Gimnazială ,,Avram Iancu"
Bucureşti

1. Scrierea unui număr în baza 10

Pentru că sistemul de numeraţie folosit de noi este zecimal şi poziţional, cifrele unui număr arată câte unităţi are ordinul respectiv : 43 = 40 + 3 = 4·10 + 3
4 reprezintă numărul zecilor iar 3 numărul unităţilor, 543 = 5·100+4·10+ 3 ;
2869 = 2·1000+8·100+6·10+9. Folosind notaţia cu puteri, pe 10, 100, 1000, … le scriem ca puteri ale lui 10 : 25784 = 2·10000 + 5·1000 + 7·100 + 8·10 +4 = $= 2\cdot10^4 + 5\cdot10^3 + 7\cdot10^2 + 8\cdot10 + 4\cdot10^0$ ($10^0 = 1$). În general se scrie:

$\overline{ab} = a\cdot10 + b$ număr de două cifre.

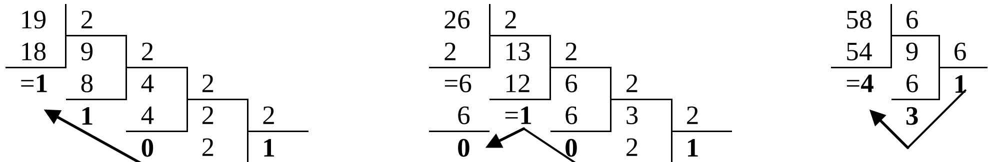
$\overline{abc} = a\cdot10^2 + b\cdot10 + c$ număr de trei cifre.

$\overline{abcd} = a\cdot10^3 + b\cdot10^2 + c\cdot10 + d$ număr de patru cifre etc.

2. Alte baze de numeraţie, diferite de 10

Folosirea bazei 10 s-a impus indiscutabil şi ni se pare firesc s-o folosim zi de zi. Dar pentru scrierea numerelor se poate considera şi o altă bază, oricare, mai mică sau mai mare decât 10. Dacă nu-l luăm în considerare pe zero, pe care îl folosim în locul unui ordin lipsă, baza 10 foloseşte 9 semne grafice, 9 cifre, cu una mai puţin decât baza. În general pentru o bază B, numărul cifrelor folosite este B – 1. Astfel, în afară de zero care este folosit cu aceeaşi semnificaţie, baza 2 are ca cifră semnificativă doar pe 1 ; baza 3 are ca cifre semnificative pe 1 şi 2 ; baza 4 are ca cifre semnificative pe 1, 2 şi 3 ; etc. Pentru baze mai mari decât 10, unele cifrele pot fi formate şi din două cifre ale bazei 10 şi pentru a nu se crea confuzii, acestea se notează cu litere. Exemplu pentru baza 16:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Pentru trecerea unui număr din baza 10 în altă bază, se aplică algoritmul împărţirii. Astfel, se împarte numărul la noua bază şi se obţine un cât şi un rest. Apoi câtul se împarte iar la noua bază obţinându-se iarăşi un cât şi un rest. Procedeul se repetă până când se obţine un cât mai mic decât baza. Cifrele numărului scris în noua bază de la stânga spre dreapta, sunt ultimul cât şi resturile obţinute la împărţiri, până la primul rest. Exemple pentru bazele 2 şi 6 :



$58_{10} = 134_6$

$19_{10} = 10011_2$ $26_{10} = 11010_2$

În tabelul următor sunt scrise numerele de la 1 la 10 şi reprezentarea lor în bazele de la 2 la 9:

B 10	B 2	B 3	B 4	B 5	B 6	B 7	B 8	B 9
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	10	2	2	2	2	2	2	2
3	11	10	3	3	3	3	3	3
4	100	11	10	4	4	4	4	4
5	101	12	11	10	5	5	5	5
6	110	20	12	11	10	6	6	6
7	111	21	13	12	11	10	7	7
8	1000	22	20	13	12	11	10	8
9	1101	100	21	14	13	12	11	10
10	1010	101	22	20	14	13	12	11

B = baza

Pentru operaţii cu numere scrise în alte baze, se pot folosi table ale adunării şi înmulţirii:

Pentru baza 2		
Adunarea		
+	0	1
0	0	1
1	1	10

Pentru baza 2		
Înmulţirea		
×	0	1
0	0	0
1	0	1

Pentru baza 5					
Adunarea					
+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

Pentru baza 5					
Înmulţirea					
×	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	11	13
3	0	3	11	14	22
4	0	4	13	22	31

Exemple de operaţii:

În baza 2	În baza 2	În baza 5	În baza 7	În baza 16
1 1 0 1 1 + 1 1 0 1	1 0 1 0 1 1 + 1 1 0 1 1	2 1 4 3 + 4 3 1 2	3 1 4 2 + 5 2 3 4	8 6 5 4 + 3 4 7 5
1 0 1 0 0 0	1 0 0 0 1 1 0	1 2 0 1 0	1 1 4 0 6	B A C 9

► De remarcat: în baza 2 când adunăm 1+1 scriem 0 şi ţinem minte un 1 pe care îl adunăm la ordinul următor spre stânga. Pentru 1+1+1, scriem 1 şi ţinem minte un 1 pe care îl adunăm la ordinul următor spre stânga. Pentru baza 5 de exemplu, la înmulţirea 4·4 scriem 1 şi ţinem minte un 3, pentru că 16 = 3·5 +1, adică în numărul 16 intră de trei ori baza 5 şi avem restul 1. Sau $16_{10}= 31_5$

Scăderea:

Baza 2		Baza 2		Baza 6		Baza 8
1 1 0 1 1 – 1 1 0 1		1 1 0 0 1 1 – 1 0 1 1 0		1 3 2 0 – 5 4 3		6 2 5 – 2 4 7
= 1 1 1 0		= 1 1 1 0 1		= 3 3 3		3 5 6

Înmulţirea:

Baza 2		Baza 6		Baza 7
1 0 1 1· 1 0 1		2 3 5• 1 2		3 2 4• 4 3
1 0 1 1 1 0 1 1		5 1 4 2 3 5		1 3 0 5 1 6 3 2
1 1 0 1 1 1		3 3 0 4		2 0 6 2 5

Pentru trecerea de la o bază oarecare la baza 10 se foloseşte scrierea generală a unui număr, ca suma produselor cifrelor cu baza la puterea cu 1 mai mică decât ordinul reprezentat de cifra respectivă.

În baza 10 $\overline{abc}_{10} = a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c$; $\overline{abc}_5 = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c$.

În general pentru o bază B, numărul $\overline{abcd}_B = a \cdot B^3 + b \cdot B^2 + c \cdot B + d$.

Exemplu :

$1101011_2 = 1{\cdot}2^6 + 1{\cdot}2^5 + 0{\cdot}2^4 + 1{\cdot}2^3 + 0{\cdot}2^2 + 1{\cdot}2 + 1 = 64 + 32 + 8 + 2 + 1 = 107_{10}$

$2103_4 = 2{\cdot}4^3 + 1{\cdot}4^2 + 0{\cdot}4 + 3 = 2{\cdot}64 + 16 + 3 = 147_{10}$

🕭 Dacă avem de efectuat operaţii cu numere scrise în diverse baze, cel mai comod este să transformăm toate numerele în baza 10 şi să efectuăm operaţiile cerute.

Bibliografie

GARDNER, M., *Amuzamente matematice*, Editura ştiinţifică, Bucureşti, 1968.

LITTLEWOOD, J.E., *Varietăţi matematice,* Editura enciclopedică română, Bucureşti, 1969.

IOSUB B. *Aritmetica distractivă,* Editura Tineretului, Bucureşti, 1957

MIHAILEANU, N., *Istoria matematicii*. *Antichitatea, Evul mediu, Renaşterea,* Editura enciclopedică română, Bucureşti, 1974