



**CONCURSUL ȘCOLAR NAȚIONAL DE COMPETENȚĂ ȘI PERFORMANȚĂ COMPER**

**EDIȚIA 2012-2013 / ETAPA NAȚIONALĂ – 12 IUNIE 2013**

**COMPER – MATE 2000, CLASA a VIII-a**

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timpul efectiv de lucru este de 90 de minute.

Citește cu atenție enunțurile, apoi bifează răspunsul corect:

**I. INIȚIERE**

1. A 50-a zecimală a numărului  $\frac{127}{14}$  este egală cu:  
a. 7;                      b. 1;                      c. 4;                      d. 8.
2. Un cub cu diagonalele de lungime  $\sqrt{6}$  cm are aria totală egală cu:  
a.  $8 \text{ cm}^2$ ;                      b.  $12 \text{ cm}^2$ ;                      c.  $15 \text{ cm}^2$ ;                      d.  $18 \text{ cm}^2$ .
3. Cardinalul mulțimii  $M = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq \frac{3x+4}{2} \leq 7 \right\}$  este egal cu:  
a. 6;                      b. 7;                      c. 8;                      d. 9.
4. Media geometrică a numerelor  $m = 12(\sqrt{10} - 1)$  și  $n = 3 + \sqrt{90}$  este egală cu:  
a. 15;                      b. 18;                      c. 20;                      d. 24.
5. Dacă  $E(x, y) = xy - 2x - 2y + 5$ , atunci valoarea lui  $E(2 + \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})$  este egală cu:  
a. -3;                      b. -1;                      c. 0;                      d. 2.
6. Inecuația  $(\sqrt{3} - 2)x \leq \frac{1}{\sqrt{3} + 2}$  are mulțimea soluțiilor egală cu:  
a.  $[-1; +\infty)$ ;                      b.  $(-1; +\infty)$ ;                      c.  $(-\infty; -1)$ ;                      d.  $(-\infty; -1]$ .
7. Dacă  $A = \sqrt{0, (4)} + \sqrt{0,1(3) \cdot \sqrt{0,69(4)}}$ , atunci valoarea numărului  $A^{2010}$  este egală cu:  
a. 0;                      b.  $\frac{1}{2^{2010}}$ ;                      c.  $\frac{1}{3^{2010}}$ ;                      d. 1.
8. Câte elemente are mulțimea  $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{3x+9}{2x-3} \in \mathbb{Z} \right\}$ ?  
a. 6;                      b. 8;                      c. 10;                      d. 12.

9. Media aritmetică a numerelor  $a = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2013}$  și  $b = 1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2012}{2013}$  este egală cu:
- a. 1006;      b. 1007;      c.  $\frac{2013}{2}$ ;      d.  $\frac{2015}{2}$ .
10. Rezultatul calculului  $\frac{6-5\sqrt{6}}{6\sqrt{3}} + \frac{4+3\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}-2}{4\sqrt{3}} - \frac{3+\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}$  este egal cu:
- a.  $\frac{1}{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ ;      b.  $\frac{2}{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ ;      c.  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ;      d.  $\frac{4}{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ .
11. Dacă  $x \in [-2; 1]$  și  $y \in [0; 3]$ , atunci  $\frac{2x-y+1}{3}$  aparține intervalului:
- a.  $[-2; 1]$ ;      b.  $[-3; 2]$ ;      c.  $[-2; 2]$ ;      d.  $[-2; 3]$ .
12. Soluția reală a ecuației  $\sqrt{2-x} + \sqrt{4+x^2-4x} = 5-x$  este egală cu:
- a. -10;      b. -8;      c. -7;      d. -5.
13. Dacă  $MA \perp (ABC)$ ,  $MA = 4,8$  cm și  $AB = BC = 10$  cm,  $AC = 16$  cm, atunci distanța de la punctul  $M$  la dreapta  $BC$  este egală cu:
- a.  $\frac{24\sqrt{5}}{7}$  cm;      b.  $\frac{24\sqrt{5}}{5}$  cm;      c.  $\frac{22\sqrt{5}}{5}$  cm;      d.  $\frac{21\sqrt{5}}{5}$  cm.
14. Pe planul dreptunghiului  $ABCD$  se ridică perpendiculara  $MD$ , astfel încât  $MA = 15\sqrt{2}$  cm,  $MB = 5\sqrt{34}$  cm și  $MC = 25$  cm. Măsura unghiului diedru format de planele  $(MAB)$  și  $(ABC)$  este egală cu:
- a.  $15^\circ$ ;      b.  $30^\circ$ ;      c.  $45^\circ$ ;      d.  $60^\circ$ .
15. Fie  $ABCD$  un trapez cu  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 12$  cm,  $BC = CD = DA = 6$  cm și un punct  $E$  astfel încât  $EA \perp (ABC)$ ,  $EA = 6$  cm. Lungimea segmentului  $[EC]$  este egală cu:
- a. 9 cm;      b. 10 cm;      c. 12 cm;      d. 15 cm.

**II. CONSOLIDARE**

16. Rezultatul calculului  $\left(\frac{6+\sqrt{6}}{5}\right)^{2010} \cdot \left(\frac{3\sqrt{2}+4\sqrt{3}}{3}\right)^{2011} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}\right)^{2012}$  este egal cu:
- a.  $\frac{8\sqrt{3}-9\sqrt{2}}{12}$ ;      b.  $\frac{6\sqrt{3}+8\sqrt{2}}{12}$ ;      c.  $\frac{8\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{12}$ ;      d.  $\frac{6\sqrt{3}-8\sqrt{2}}{12}$ .
17. Cubul  $ABCD A' B' C' D'$  are muchia de lungime 5 cm. Punctul  $M$  aparține muchiei  $[A'B']$  astfel încât distanța de la  $C'$  la dreapta  $MB$  este egală cu  $\sqrt{30}$  cm. Lungimea segmentului  $[MB']$  este egală cu:
- a. 2 cm;      b. 2,5 cm;      c. 3 cm;      d. 3,5 cm.



- 18.** În piramida patrulateră regulată  $VABCD$  avem  $AB = 20\sqrt{2}$  cm, iar înălțimea  $VO = 15$  cm. Dacă  $E$  este proiecția lui  $D$  pe  $VB$ , lungimea segmentului  $[BE]$  este egală cu:  
**a.** 27 cm;      **b.** 30 cm;      **c.** 32 cm;      **d.** 35 cm.
- 19.** Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(2x + 1) = 3x - 1$ . Atunci valoarea lui  $f(x)$  este egală cu:  
**a.**  $\frac{3x}{2}$ ;      **b.**  $\frac{3x-5}{2}$ ;      **c.**  $\frac{3x+5}{2}$ ;      **d.**  $2x$ .
- 20.** Câte laturi are un poligon cu 54 de diagonale?  
**a.** 10;      **b.** 12;      **c.** 14;      **d.** 16.
- 21.** Fie  $E(x) = \left[ \frac{1}{(x-2)(x+2)(x^2+4)+16} - \frac{1}{25-(5-x)(5+x)} \right] : 2 \cdot \left( \frac{x+1}{x^4} \right)^{-1}$ , unde  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ .  
 Suma primelor 60 de zecimale ale numărului  $(E(2))^{200}$  este egală cu:  
**a.** 0;      **b.** 1;      **c.** 400;      **d.** 652.
- 22.** Tatăl și fiul au împreună 60 de ani. Valoarea raportului vârstelor lor este egală cu 2,75. Cu câți ani în urmă vârsta tatălui era de trei ori mai mare decât vârsta fiului?  
**a.** 1;      **b.** 2;      **c.** 3;      **d.** 4.
- 23.** Triunghiul dreptunghic care are catetele de lungimi  $3x + 9$  și  $4x + 12$ ,  $x \in \mathbb{R}_+$ , are ipotenuza de lungime egală cu:  
**a.**  $7x + 21$ ;      **b.**  $5x + 10$ ;      **c.**  $5x + 15$ ;      **d.**  $5x + 20$ .

### III. STANDARD

- 24.** Dacă  $x$  și  $y$  sunt numere reale nenule distincte, astfel încât  $2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0$ , atunci valoarea raportului  $\frac{3x+2y}{x-y}$  este egală cu:  
**a.**  $-7$  sau  $8$ ;      **b.**  $6$  sau  $8$ ;      **c.**  $-7$  sau  $6$ ;      **d.**  $6$  sau  $-9$ .
- 25.** Fie numerele reale  $x, y, z$  care verifică egalitățile  $x + y + z = 6$  și  $x^2 + y^2 + z^2 = 18$ . Perechea  $(x; y)$ , pentru care  $z$  este maxim, este:  
**a.**  $(1; 1)$ ;      **b.**  $(2; 2)$ ;      **c.**  $(3; 3)$ ;      **d.**  $(5; 5)$ .
- 26.** Dacă  $a, b \in \mathbb{Q}$  și  $a(2\sqrt{3}-3) + b(3\sqrt{3}-1) = 4\sqrt{3} + 1$ , atunci suma  $a + b$  este egală cu:  
**a.**  $-1$ ;      **b.**  $0$ ;      **c.**  $1$ ;      **d.**  $2$ .
- 27.** Cel mai mic număr întreg, mai mare decât numărul  $x$ , soluție a ecuației  $[x] + [2x] = 2008$ , este egal cu:  
**a.** 668;      **b.** 669;      **c.** 670;      **d.** 671.



**IV. EXCELENȚĂ**

28. Rezultatul calculului  $\frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}} + \frac{1}{\sqrt{7+2\sqrt{12}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{4021+2\sqrt{2010 \cdot 2011}}}$  este egal cu:  
 a.  $\sqrt{2010}$ ;      b.  $\sqrt{2010}+1$ ;      c.  $\sqrt{2011}$ ;      d.  $\sqrt{2011}-1$ .
29. Pe planul hexagonului regulat  $ABCDEF$  se construiește  $MA \perp (ABC)$ . Dacă  $AC = 3$  cm,  $MC = 2AC$ , lungimea perpendicularei comune a dreptelor  $MA$  și  $DE$  este egală cu:  
 a. 3 cm;      b. 4 cm;      c. 5 cm;      d. 6 cm.
30. Dacă  $3\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right) - 8\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 10 = 0$ ,  $a, b \in \mathbb{R}^*$ , atunci valoarea raportului  $\frac{a}{a+b}$  este egală cu:  
 a.  $\frac{1}{4}$ ;      b.  $\frac{1}{3}$ ;      c.  $\frac{1}{2}$ ;      d.  $\frac{1}{5}$ .

**GRILA DE NOTARE**

Item	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Rezultat	a	b	a	b	b	a	d	b	b	b	a	c	b	c	c

Item	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Rezultat	a	b	c	b	b	a	b	c	a	a	c	c	d	a	c