



CONCURSUL ȘCOLAR NAȚIONAL DE COMPETENȚĂ ȘI PERFORMANȚĂ COMPER  
EDIȚIA 2013-2014 / ETAPA NAȚIONALĂ – IUNIE 2014  
COMPER – MATE 2000, CLASA a VIII-a

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timpul efectiv de lucru este de 120 de minute.

Citește cu atenție enunțurile, apoi bifează răspunsul corect:

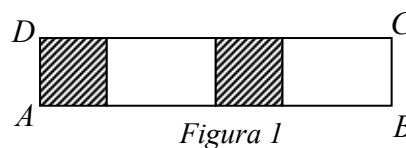
**I. ÎNȚIERE**

- Suma inverselor numerelor  $\sqrt{3} + 2$ ,  $\sqrt{5} + 2$  și  $\sqrt{5} + \sqrt{6}$  este egală cu:  
a. 0;                      b.  $\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)$ ;                      c.  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ;                      d.  $2\sqrt{5} + \sqrt{2}$ .
- Produsul soluțiilor reale ale ecuației  $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x}{x+2} = \frac{3}{x^2-4}$  este egal cu:  
a.  $-\frac{1}{2}$ ;                      b. 0;                      c.  $\frac{1}{2}$ ;                      d. 2.
- Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 2$ . Valoarea sumei  $f(1) + f(3) + f(5) + \dots + f(99)$  este:  
a. 7350;                      b. 7250;                      c. 7498;                      d. 7400.
- Suma numerelor reale  $a$  și  $b$  pentru care sistemul  $\begin{cases} 2x + ay = 0 \\ bx - y = 7 \end{cases}$  are soluția  $(1, 2)$  este:  
a. -10;                      b. -8;                      c. 8;                      d. 10.
- O piramidă triunghiulară regulată are apotema de 6 cm și aceasta formează cu planul bazei un unghi de  $60^\circ$ . Aria laterală a piramidei este egală cu:  
a.  $54 \text{ cm}^2$ ;                      b.  $54\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ;                      c.  $108 \text{ cm}^2$ ;                      d.  $108\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .
- Dacă  $a + b = 2$ , atunci rezultatul calculului  $3a^2 + 2ab - b^2 + 8b + 5$  este:  
a. 0;                      b. 2;                      c. 12;                      d. 17.
- Un tetraedru regulat cu muchia de 1 dm cântărește 5 kg. Masa unui tetraedru regulat cu muchia de 3 dm confecționat din același material este egală cu:  
a. 15 kg;                      b. 45 kg;                      c. 90 kg;                      d. 135 kg.
- Dacă  $a - \sqrt{2} = 1$  și  $\sqrt{a(a-2)+3} = \sqrt{\sqrt{b}}$ , atunci numărul  $b$  este egal cu:  
a. 2;                      b. 4;                      c. 8;                      d. 16.
- Se consideră  $H = \{3p + 5q \mid p, q \in \mathbb{N}^*\}$ . Care dintre următoarele numere nu este element al mulțimii  $H$ ?  
a. 120;                      b. 33;                      c. 15;                      d. 8.



10. Figura 1 reprezintă desfășurarea suprafeței laterale a unui paralelipiped dreptunghic, suprafețele hașurate fiind pătrate. Dacă perimetrul dreptunghiului  $ABCD$  este de 64 cm și  $AD = 4$  cm, atunci volumul paralelipipedului este egal cu:

- a.  $120 \text{ cm}^3$ ;  
b.  $160 \text{ cm}^3$ ;  
c.  $240 \text{ cm}^3$ ;  
d.  $320 \text{ cm}^3$ .



11. Dacă  $a = \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}$ , atunci  $a + \frac{1}{a}$  are valoarea:

- a. 2;                      b.  $\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;                      c.  $\frac{3}{2}$ ;                      d. -2.

12. Aria triunghiului determinat de punctele  $A(1,2)$ ,  $B(-1,0)$  și  $C(2,1)$  este egală cu:

- a.  $2,5 \text{ u.m.}^2$ ;                      b.  $2 \text{ u.m.}^2$ ;                      c.  $1,5 \text{ u.m.}^2$ ;                      d.  $1 \text{ u.m.}^2$ .

13. Cel mai mare număr întreg mai mic decât numărul  $n = \sqrt{1+2+3+\dots+42} - 21$  este:

- a. 28;                      b. 29;                      c. 30;                      d. 31.

14. Un paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 50 cm, 40 cm și 32 cm din cupru se topește și din materialul rezultat se confecționează o prismă patrulateră regulată cu latura bazei de 10 mm. Înălțimea prisme este egală cu:

- a. 64 m;                      b. 640 m;                      c. 6400 m;                      d. 64000 m.

15. Cardinalul mulțimii  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid (x-2)^2 - 6 \geq (x+1)^2 - 15\}$  este egal cu:

- a. 1;                      b. 2;                      c. 3;                      d. 4.

## II. CONSOLIDARE

16. Valoarea maximă a expresiei  $E(x) = (x+3)(5-x) - 7$ ,  $x \in \mathbb{R}$  este:

- a. 7;                      b. 8;                      c. 9;                      d. 10.

17. Pe un raft se află tetraedre și cuburi care au în total 102 muchii și 58 de fețe. Numărul tetraederelor de pe raft este:

- a. 4;                      b. 5;                      c. 6;                      d. 7.

18. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x + a$ ,  $a \in \mathbb{R}^*$ . Dacă aria triunghiului determinat de graficul funcției  $f$  și axele de coordonate este egală cu  $6 \text{ u.m.}^2$ , atunci modulul numărului  $a$  este egal cu:

- a. 2;                      b. 4;                      c. 6;                      d. 8.

19. Două robinete ar umple un bazin în 8 ore. Dacă primul robinet este deschis 6 ore, după care deschidem și al doilea robinet, cele două robinete vor curge împreună încă 6 ore pentru a umple bazinul. În câte ore s-ar umple bazinul gol dacă ar fi deschis doar al doilea robinet?

- a. 24 ore;                      b. 16 ore;                      c. 12 ore;                      d. 10 ore.



**20.** Un vas în formă de cub cântărește gol 4 kg, iar plin cu ulei 11,6 kg. Știind că densitatea uleiului este  $950 \text{ g/dm}^3$ , adâncimea vasului este egală cu:

- a. 8 dm;                      b. 6 dm;                      c. 4 dm;                      d. 2 dm.

(Indicație: densitatea  $\rho = \frac{\text{masa}}{\text{Volum}}$ ).

**21.** Fie expresia  $E(x) = \frac{x}{x^3 + x^2} \cdot \frac{(x+2)(2x-1) - x(x+3) + 1}{(2x+2)(3x-3)}$ ,  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$ . Rezultatul

calculului  $E(1) + E(2) + \dots + E(100) + \frac{6}{101}$  este:

- a. 0;                              b. 3;                              c. 6;                              d. 10.

**22.** Fie  $ABC$  un triunghi echilateral și  $D$  simetricul lui  $A$  față de  $B$ . Dacă  $MD \perp (ABC)$ ,  $MD = BD = 6 \text{ cm}$ , atunci distanța de la punctul  $M$  la dreapta  $AC$  este egală cu:

- a. 12 cm;                      b.  $6\sqrt{2} \text{ cm}$ ;                      c. 6 cm;                      d.  $3\sqrt{2} \text{ cm}$ .

**23.** Soluția sistemului  $\begin{cases} \frac{3}{2x+y} + \frac{2}{x+3y} = 1 \\ \frac{6}{2x+y} - \frac{1}{x+3y} = 1 \end{cases}$  este perechea de numere reale:

- a. (1,2);                      b. (2,1);                      c. (5,5);                      d. (0,1);

### III. STANDARD

**24.** Cardinalul mulțimii  $A = \left\{ x \in \mathbb{N}^* \mid \frac{2x-1}{4} < \frac{45}{2x-1} < \frac{2x-1}{3} \right\}$  este:

- a. 1;                              b. 2;                              c. 3;                              d. 4.

**25.** În paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  avem  $AB = 40 \text{ cm}$ ,  $BC = 12 \text{ cm}$  și  $AA' = 16 \text{ cm}$ . Sinusul unghiului diedru format de planele  $(ABC')$  și  $(A'B'D')$  este egal cu:

- a.  $\frac{2}{5}$ ;                              b.  $\frac{3}{5}$ ;                              c.  $\frac{4}{5}$ ;                              d.  $\frac{1}{2}$ .

**26.** Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(2x-3) = 5x-7$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .

Rezultatul calculului  $f(1) + f(3) + f(5)$  este:

- a. 24;                              b. 29;                              c. 38;                              d. 43.

**27.** O piramidă patrulateră regulată este secționată cu un plan care trece prin mijloacele muchiilor laterale, iar trunchiul de piramidă obținut este înlăturat. Se execută apoi aceeași operație asupra piramidei rămase de încă 4 ori. Raportul dintre volumul piramidei inițiale și volumul piramidei rămase după cele 5 operații este egal cu:

- a. 5;                              b.  $2^5$ ;                              c.  $2^{10}$ ;                              d.  $2^{15}$ .



**IV. EXCELENȚĂ**

28. Produsul numerelor reale  $x, y, z$  care verifică sistemul: 
$$\begin{cases} 3x^2 - 2yz - 4x + 4 \leq 0 \\ 3y^2 + 2xz + 4y + 4 \leq 0 \\ 3z^2 + 2xy + 4z + 4 \leq 0 \end{cases}$$
 este:
- a. -8;                      b. 0;                      c. 8;                      d. 16.

29. Sinusul unghiului format de două fețe laterale opuse ale unei piramide patrulatere regulate în care lungimea înălțimii este cu 50% mai mare decât latura bazei este egal cu:
- a.  $\frac{1}{2}$ ;                      b.  $\frac{3}{5}$ ;                      c.  $\frac{5}{6}$ ;                      d.  $\frac{15}{16}$ .

30. Rezultatul calculului  $\sqrt{\frac{8}{7} + \frac{9}{14} + \dots + \frac{455}{3136} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{448}\right)}$  este:
- a. 7;                      b. 8;                      c. 9;                      d. 10.

**GRILA DE NOTARE**

<b>Item</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<b>Rezultat</b>	b	a	d	c	b	d	d	d	c	b	a	b	b	b	b

<b>Item</b>	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
<b>Rezultat</b>	c	d	c	c	d	c	a	b	a	c	a	d	c	b	b