

TEOREME CELEBRE: TEOREMA LUI EUCLID

Profesor Florea Adrian
Școala Gimnazială „Avram Iancu”
București

Printre teoremele celebre care au contribuit la dezvoltarea cunoștințelor geometrice ale omenirii se numără și Teorema lui Euclid. Demonstrația acestei teoreme seamănă foarte mult cu demonstrația atribuită lui Pitagora pentru celebra sa teoremă. Subtilitatea raționamentului, bazată pe cunoașterea proprietăților figurilor geometrice, este remarcabilă!

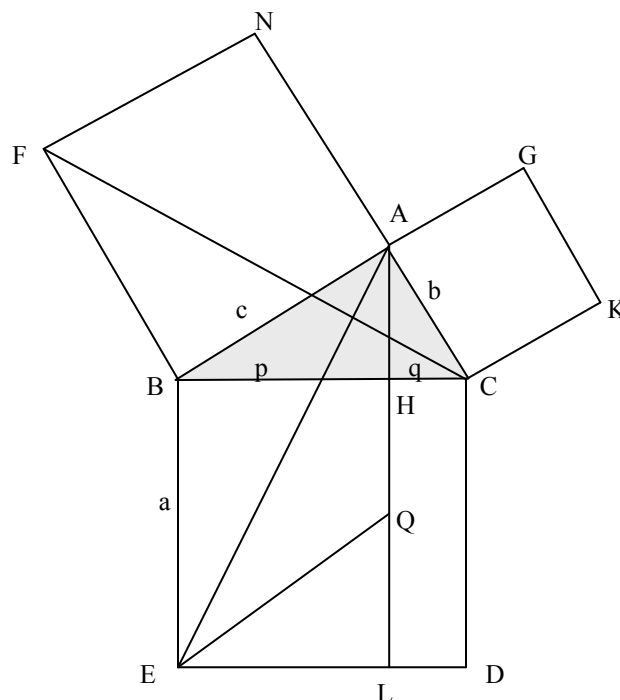
Teoremă

Într-un triunghi dreptunghic pătratul unei catete este egal cu aria dreptunghiului care are ca laturi proiecția acestei catete pe ipotenuză și ipotenuza însăși.

Trebuie să arătăm că aria pătratului ABFN este egală cu aria dreptunghiului BELH și că aria pătratului ACKG este egală cu aria dreptunghiului CDLH.

Demonstrație:

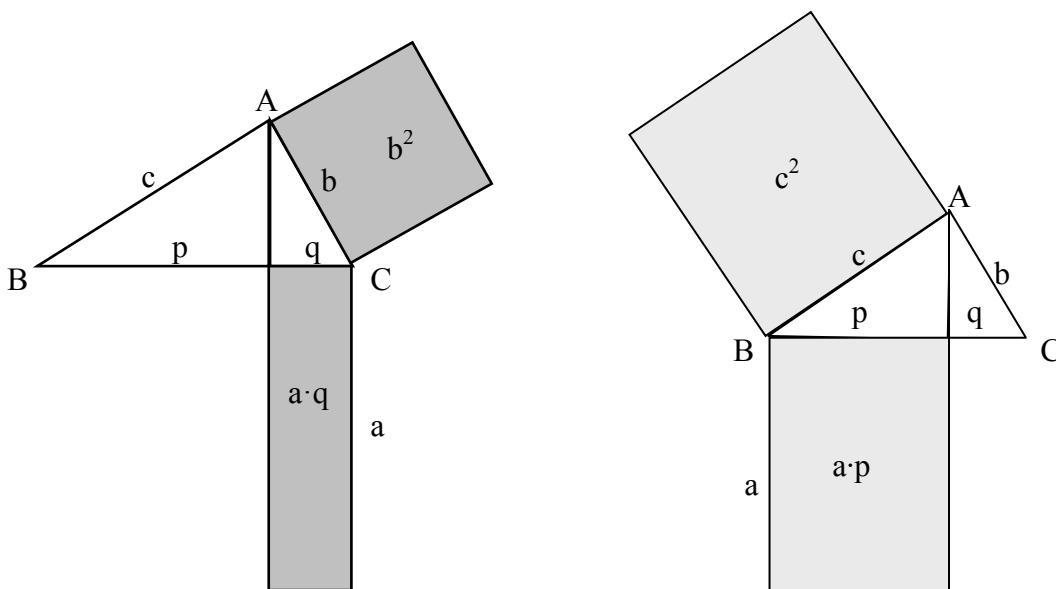
Construim ABFN, ACKG, BEDC, pătrate ca în figură.



$$S_{FBC} = \frac{FB \cdot AB}{2} = \frac{c^2}{2}; \quad S_{ABFN} = FB \cdot AB = c^2 \Rightarrow S_{ABFN} = 2 \cdot S_{FBC} \quad (1)$$

$\Delta FBC \cong \Delta ABE$: $[FB] = [AB]$, $[BC] = [BE]$, $\sphericalangle FBC \cong \sphericalangle ABE$ ($90^\circ + \sphericalangle ABC$) $\Rightarrow S_{FBC} = S_{ABE}$ (2). Se duce $EQ \parallel AB \Rightarrow ABEQ$ este paralelogram, $\Rightarrow S_{ABEQ} = S_{BELH} = BE \cdot BH = a \cdot p$ (3). Dar $S_{ABEQ} = 2 \cdot S_{ABE}$ și cu relația (2) $\Rightarrow S_{ABEQ} = 2 \cdot S_{FBC}$ și cu relația (1) $\Rightarrow S_{ABEQ} = S_{ABFN}$ și din relația (3) $\Rightarrow S_{BELQ} = S_{ABFN}$, adică $c^2 = a \cdot p$

Analog se arată că $S_{ACKG} = S_{CHLD}$, adică $b^2 = a \cdot q$
 Recunoaștem aici “teorema catetei”.



Din $b^2 = a \cdot q$ și $c^2 = a \cdot p$, prin adunare membru cu membru, avem $b^2 + c^2 = a \cdot q + a \cdot p \Rightarrow b^2 + c^2 = a(q + p)$,
 adică $b^2 + c^2 = a^2$

Bibliografie

MIHAILEANU, N., *Istoria matematicii. Antichitatea, Evul mediu, Renașterea*, Editura enciclopedică română, București, 1974

GARDNER, M., *Amuzamente matematice*, Editura științifică, București, 1968.

LITTLEWOOD, J.E., *Varietăți matematice*, Editura enciclopedică română, București, 1969.

IOSUB B. *Aritmetica distractivă*, Editura Tineretului, București, 1957